LINEARNE NEJEDNAČINE

Linearne nejednačine rešavamo slično kao i jednačine (vidi linearne jednačine) koristeći ekvivalentne transformacije. **Važno je reći da se smer nejednakosti menja kada celu jednačinu množimo (ili delimo) negativnim brojem.**

Primer:

$2x<10$

$x<\frac{10}{2}$

$x<5$

$-2x<10$

Pazi: Delimo sa (-2)

$x>\frac{10}{-2}$

$x>-5$

Naravno i ovde se može desiti da nejednačina ima rešenja, nema rešenja ili ih pak ima beskonačno mnogo (u zavisnosti u kom skupu brojeva posmatramo datu nejednačinu)

1) Reši nejednačinu:

$3(x-2)+9x<2(x+3)+8$ $\quad\rightarrow$ oslobodimo se zagrada

$3x-6+9x<2x+6+8$ $\quad\rightarrow$ nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu

$2x+9x-2x<6+8+6$

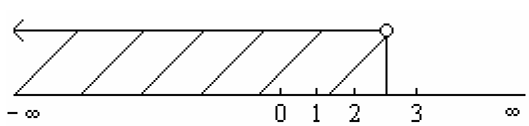
$9x<20$

$x<\frac{20}{9}$

$x<2\frac{2}{9}$

Uvek je ‘’problem’’ : kako zapisati skup rešenja?

Možemo zapisati $\{x\in R \mid x<2\frac{2}{9}\}$ a ako je potrebno to predstaviti i na brojevnoj pravoj:



$x\in\left(-\infty,2\frac{2}{9}\right)$

Pazi:

Kod $+\infty$ i $-\infty$ uvek idu male zagrade ( )
Kod znakova < i > male zagrade i prazan kružić
Kod $\leq$, $\geq$ idu srednje zagrade $[\ ]$ i pun kružić

Male zagrade nam govore da ti brojevi nisu u skupu rešenja, dok $[,]$ govore da su i ti brojevi u rešenju.

2) Reši nejednačinu:

$\frac{2a+1}{3}-\frac{3a-2}{2}\geq -1$ → celu nejednačinu pomnožimo sa 6 (NZS za 3 i 2)

$2(2a+1)-3(3a-2)\geq -6$

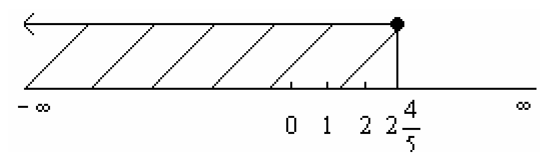
$4a+2-9a+6\geq -6$

$4a-9a\geq -6-2-6$

$-5a\geq -14$ → pazi: delimo sa (-5) pa se znak okreće

$a\leq \frac{-14}{-5}$

$a\leq +2\frac{4}{5}$



U skupu R su rešenja $a\in\left(-\infty, 2\frac{4}{5}\right]$

PAZI: Dan nam recimo traže rešenja u skupu N (prirodni brojevi), onda bi to bili samo brojevi {1,2}

3) Reši nejednačinu:

$2x+a>ax-3$ → nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu

$2x-ax>-3-a$

$x(2-a)>-3-a$

Kako sad?

Da li je izraz $2-a$ pozitivan ili negativan, ili možda nula? Moramo ispisati sve 3 situacije!!!

$$x(2-a) > -3-a$$

$2-a>0$
$a<2$

$$x > \frac{-3-a}{2-a}$$

$2-a<0$
$a>2$
okreće se znak

$$x < \frac{-3-a}{2-a}$$

$2-a=0$
$a=2$

$$0x > -3-0$$

$$0x > -3$$

Ovde je svaki $x \in R$ rešenje

Rešenje bi zapisali:

Za $a<2 \;\Rightarrow\; x \in \left(\dfrac{-3-a}{2-a}, \infty\right)$

Za $a=2 \;\Rightarrow\; x \in R$

Za $a>2 \;\Rightarrow\; x \in \left(-\infty, \dfrac{-3-a}{2-a}\right)$

4) Rešiti nejednačine:

a) $(x-1)\cdot(x-4)>0$
b) $(x+3)\cdot(x-5)\le 0$

Kod ovog tipa nejednačina koristićemo da je:

$$A\cdot B>0 \quad\Leftrightarrow\quad (A>0, B>0) \;\; \text{v} \;\; (A<0, B<0)$$
$$A\cdot B<0 \quad\Leftrightarrow\quad (A>0, B<0) \;\; \text{v} \;\; (A<0, B>0)$$

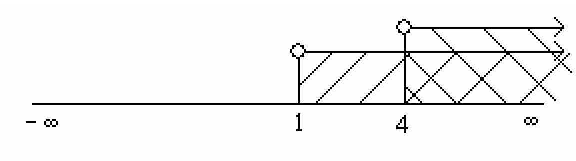
Naravno iste ’’šablone’’ koristimo i za znakove $\ge$ i $\le$, a za $\dfrac{A}{B}>0$ i $\dfrac{A}{B}<0$

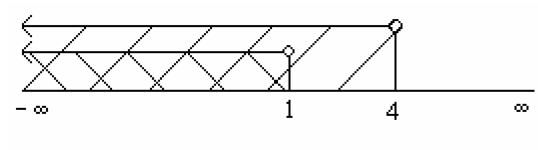
gde još vodimo računa da je $B \neq 0$.

a) $\underbrace{(x-1)}_{A}\cdot\underbrace{(x-4)}_{B}>0$

$$(x-1>0, x-4>0) \quad \text{v} \quad (x-1<0, x-4<0)$$
$$(x>1, x>4) \quad \text{v} \quad (x<1, x<4)$$

Sada rešenje ''spakujemo'' na brojevnoj pravoj!!!





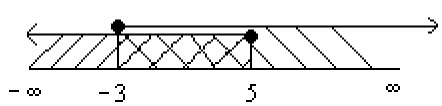
$x \in (4, \infty)$ $\qquad\qquad$ $x \in (-\infty, 1)$

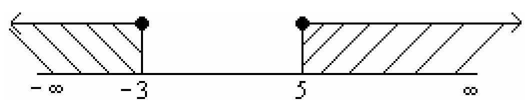
Rešenje je $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$

b) $\underbrace{(x+3)}_{A} \cdot \underbrace{(x-5)}_{B} \le 0$

$(x+3 \ge 0, x-5 \le 0)$ v $(x+3 \le 0, x-5 \ge 0)$

$(x \ge -3, x \le 5)$ v $(x \le -3, x \ge 5)$





$x \in [-3, 5]$ $\qquad\qquad$ $\varnothing$ prazan skup

Dakle, konačno rešenje je $x \in [-3, 5]$

5) Rešiti nejednačinu:

<u>**PAZI:**</u> Da bi koristili ''šablon'' na desnoj strani mora da je nula, pa ćemo zato -2 prebaciti na levu stranu!!!

$$\frac{6-x}{3-x} < -2$$

$$\frac{6-x}{3-x} + 2 < 0$$

$$\frac{6-x+2(3-x)}{3-x} < 0$$

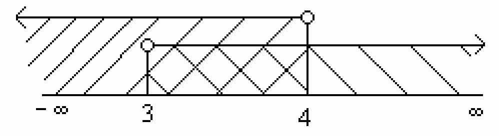
$$\frac{6-x+6-2x}{3-x} < 0$$

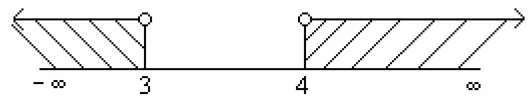
$$\frac{12-3x}{3-x} < 0 \quad \rightarrow \text{ sad može ''šablon''}$$

$(12-3x > 0 \land 3 - x < 0)$ ili $(12-3x < 0 \land 3 - x > 0)$

$(-3x > -12 \land -x > -3)$ $\qquad$ $(-3x < -12 \land -x > -3)$

$(x < 4, x > 3)$ ili $(x > 4, x < 3)$





$x \in (3,4) \rightarrow$konačno rešenje

nema rešenje

6) Rešiti nejednačinu: (po n)

$$-3 < \frac{n-1}{n+1} < 5$$

Ovde moramo rešiti 2 nejednačine, pa ćemo ‘’upakovati’’ njihova rešenja.

Prva nejednačina:

$$-3 < \frac{n-1}{n+1} \longrightarrow 0 < \frac{n-1}{n+1} + 3$$

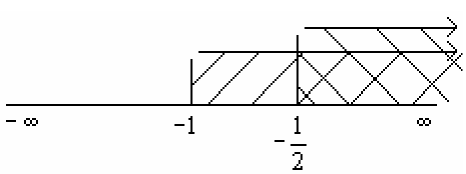
$$0 < \frac{n-1+3n+3}{n+1} + 3$$

$$0 < \frac{4n+2}{n+1}$$

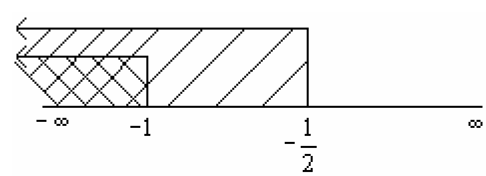
Dakle: $\dfrac{4n+2}{n+1} > 0$

$(4n+2 > 0 \wedge \text{n}+1 > 0)$ ili $(4n+2 < 0 \wedge \text{n}+1 < 0)$

$(n > -\dfrac{1}{2} \wedge \text{n} > -1)$ ili $(n < -\dfrac{1}{2} \wedge \text{n} < -1)$



$n \in \left(-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$



$n \in (-\infty, -1)$

Za **I** rešenje je $n \in (-\infty, -1) \cup \left(-\dfrac{1}{2}, \infty\right)$

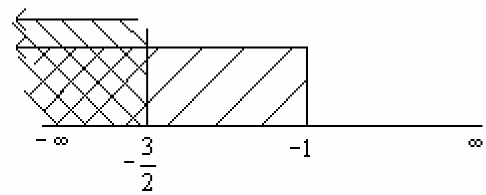
Druga nejednačina:

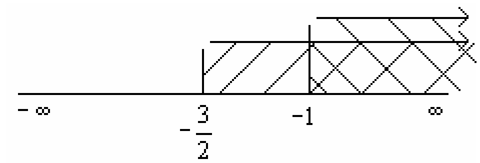
$$\frac{n-1}{n+1} < 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{n-1}{n+1} - 5 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{n-1-5n-5}{n+1} < 0$$

Dakle: $\frac{-4n-6}{n+1}<0$

$(-4n-6>0 \wedge \mathrm{n}+1<0)$ ili $(-4n-6<0 \wedge \mathrm{n}+1>0)$

$(n<-\frac{3}{2} \wedge \mathrm{n}<-1)$ ili $(n>-\frac{3}{2} \wedge \mathrm{n}>-1)$

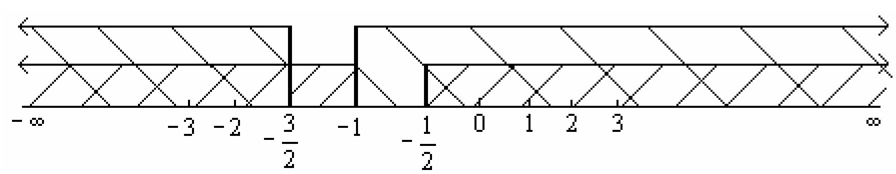




$n \in \left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$ $\qquad$ $n \in (-1,\infty)$

Za II deo rešenje je $n \in \left(-\infty,-\frac{3}{2}\right) \cup (-1,\infty)$

‘’Upakujmo’’ sada rešenje da bi dobili konačno rešenje ove dvojne nejednačine:



Dakle, konačno rešenje je:

$$n \in \left(-\infty,-\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2},\infty\right)$$

<u>NAPOMENA:</u> Umesto šablona ovde smo mogli koristiti i ‘’tablično’’ rešavanje koje je detaljno objašnjeno u delu kvadratne nejednačine.